Ejercicios

3.121 Denote con Y una variable aleatoria que tenga una distribución de Poisson con media $\lambda = 2$. Encuentre

a $P(Y = 4)$.
b $P(Y \geq 4)$.
c $P(Y < 4)$.
d $P(Y \geq 4\ Y| \geq 2)$.

3.122 Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de siete por hora. Durante una hora determinada, ¿cuáles son las probabilidades de que

a no lleguen más de tres clientes?,

b lleguen al menos dos clientes?,

c lleguen exactamente cinco clientes?

3.123 La variable aleatoria Y tiene una distribución de Poisson y es tal que $p(0) = p(1)$. ¿Cuál es $p(2)$?

3.124 Aproximadamente 4% de las obleas de silicio producidas por un fabricante tienen menos de dos defectos grandes. Si Y, el número de defectos por oblea, tiene una distribución de Poisson, ¿qué proporción de las obleas tiene más de cinco defectos grandes? [*Sugerencia:* use la Tabla 3, Apéndice 3.]

3.125 Consulte el Ejercicio 3.122. Si se requieren alrededor de diez minutos para servir a cada cliente, encuentre la media y la varianza del tiempo total de servicio para clientes que lleguen durante un periodo de 1 hora. (Suponga que hay un número suficiente de dependientes para que el cliente no tenga que esperar ser atendido.) ¿Es probable que el tiempo total de servicio exceda de 2.5 horas?

3.126 Consulte el Ejercicio 3.122. Suponga que ocurren llegadas de acuerdo con un proceso de Poisson con un promedio de siete por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos clientes lleguen en dos horas entre

a las 2:00 p.m. y las 4:00 p.m. (un periodo continuo de dos horas)?,

b la 1:00 p.m. y las 2:00 p.m. o entre las 3:00 p.m. y las 4:00 p.m. (dos periodos de una hora separados que totalizan dos horas)?

3.127 El número de errores mecanográficos hechos por una secretaria tiene una distribución de Poisson con un promedio de cuatro errores por página. Si en una página se dan más de cuatro errores, la secretaria debe volver a escribir toda la página. ¿Cuál es la probabilidad de que una página seleccionada al azar no tenga que volver a ser escrita?

3.128 Llegan autos a una caseta de pago de peaje de acuerdo con un proceso de Poisson con media de 80 autos por hora. Si el empleado hace una llamada telefónica de 1 minuto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 auto llegue durante la llamada?

3.129 Consulte el Ejercicio 3.128. ¿Cuánto puede durar la llamada telefónica del empleado si la probabilidad es al menos .4 de que no lleguen autos durante la llamada?

3.130 Un lote de estacionamiento tiene dos entradas. Llegan autos a la entrada I de acuerdo con una distribución de Poisson a un promedio de tres por hora y a la entrada II de acuerdo con una distribución de Poisson a un promedio de cuatro por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que un total de tres autos lleguen al lote de estacionamiento en una hora determinada? (Suponga que los números de autos que llega a las dos entradas son independientes.)

3.131 El número de nudos en un tipo particular de madera tiene una distribución de Poisson con un promedio de 1.5 nudos en 10 pies cúbicos de madera. Encuentre la probabilidad de que un bloque de 10 pies cúbicos de madera tenga a lo sumo 1 nudo.

3.132 El número medio de automóviles que entran al túnel de una montaña por periodo de dos minutos es uno. Un número excesivo de autos que entren al túnel durante un breve tiempo produce una situación peligrosa.

Encuentre la probabilidad de que el número de autos que entran durante un periodo de dos minutos exceda de tres. ¿El modelo de Poisson parece razonable para este problema?

3.133 Suponga que el túnel del Ejercicio 3.132 se observa durante diez intervalos de dos minutos, dando así diez observaciones independientes $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{10}$, en la variable aleatoria de Poisson. Encuentre la probabilidad de que $Y > 3$ durante al menos uno de los diez intervalos de dos minutos.

3.134 Considere un experimento binomial para $n = 20$, $p = .05$. Use la Tabla 1, Apéndice 3, para calcular las probabilidades binomiales para $Y = 0, 1, 2, 3$ y 4. Calcule las mismas probabilidades usando la aproximación de Poisson con $\lambda = np$. Compare.

3.135 Un vendedor ha encontrado que la probabilidad de una venta en un solo contacto es aproximadamente .03. Si el vendedor hace contacto con 100 posibles clientes, ¿cuál es la probabilidad aproximada de hacer al menos una venta?

3.136 Más investigación y análisis se han concentrado en el número de enfermedades en las que aparece el organismo *Escherichia coli* (10257:H7), que causa una ruptura de células sanguíneas y hemorragia intestinal en sus víctimas (http://www.hsus.org/ace/11831, marzo 24, de 2004). Esporádicos brotes de *E.coli* han aparecido en Colorado a razón de aproximadamente 2.4 por 100,000 durante un periodo de dos años.

a Si este índice no ha cambiado y si 100,000 casos de Colorado se revisan para este año, ¿cuál es la probabilidad de que se observen al menos 5 casos de *E.coli*?

b Si 100,000 casos de Colorado se revisan para este año y el número de casos de *E.coli* excede de 5, ¿es de esperarse que haya cambiado la media estatal del índice de *E.coli*? Explique.

3.137 La probabilidad de que un ratón inoculado con un suero contraiga cierta enfermedad es .2. Usando la aproximación de Poisson, encuentre la probabilidad de que al menos 3 de entre 30 ratones inoculados contraigan la enfermedad.

3.138 Sea Y que tiene una distribución de Poisson con media λ. Encuentre $E[Y(Y-1)]$ y luego use esto para demostrar que $V(Y) = \lambda$.

3.139 En la producción diaria de cierta clase de cuerda, el número de defectos por pie Y se supone que tiene una distribución de Poisson con media $\lambda = 2$. La utilidad por pie cuando se venda la cuerda está dada por X, donde $X = 50 - 2Y - Y^2$. Encuentre la utilidad esperada por pie.

***3.140** El propietario de una tienda ha abarrotado cierto artículo y decide usar la siguiente promoción para disminuir la oferta. El artículo tiene un precio marcado de \$100. Por cada cliente que compre el artículo durante un día en particular, el propietario reducirá el precio en un factor de un medio. Entonces, el primer cliente pagará \$50 por el artículo, el segundo pagará \$25 y así sucesivamente. Suponga que el número de clientes que compren el artículo durante el día tiene una distribución de Poisson con media 2. Encuentre el costo esperado del artículo al final del día. [*Sugerencia:* el costo al final del día es $100(1/2)^Y$, donde Y es el número de clientes que han comprado el artículo.]

3.141 Un fabricante de alimentos usa una máquina de moldeo por inyección (que produce galletas del tamaño de un bocado y botanas) que proporciona un ingreso para la empresa a razón de \$200 por hora cuando está en operación. No obstante, la máquina se descompone a un promedio de dos veces por cada día que trabaja. Si Y denota el número de descomposturas por día, el ingreso diario generado por la máquina es $R = 1600 - 50Y^2$. Encuentre el ingreso diario esperado por usar la máquina.

***3.142** Denote con $p(y)$ la función de probabilidad asociada con una variable aleatoria de Poisson con media λ.

a Demuestre que la relación entre probabilidades sucesivas satisface la igualdad $\dfrac{p(y)}{p(y-1)} = \dfrac{\lambda}{y}$, para $y = 1, 2, \ldots$

b ¿Para qué valores de y es $p(y) > p(y-1)$?